Mathématiques 2

Présentation du sujet

Le sujet comporte trois parties. Dans la première, assez courte, il s'agit de résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre, à coefficients constants, avec second membre. Dans la seconde, la plus importante, on présente une méthode de résolution approchée de l'équation homogène associée. Dans la troisième, on transpose cette méthode à une équation différentielle linéaire, homogène, du premier ordre, à coefficients constants, d'inconnue à valeurs vectorielles.

Ce sujet fait appel au programme de première année (équations différentielles, étude de fonctions, développements limités de fonctions usuelles, somme de suite géométrique) et à celui de seconde année (matrices symétriques réelles, réduction de matrices, fonctions vectorielles, équations différentielles vectorielles).

Analyse globale des résultats

Le sujet était bien calibré en longueur et difficulté, les copies sont en général assez fournies, toutes les parties sont abordées. Les candidats raisonnables se repèrent assez bien dans les notations, pourtant assez touffues, de la deuxième partie. Le point suivant est, hélas, un copier-coller des années précédentes : dans l'ensemble, les candidats (disons, au dessus de la médiane) ne manquent pas de compétences mathématiques pour répondre aux questions posées. En revanche, la maitrise du français s'est avérée très problématique. Cela semble être la cause profonde du manque, assez général, d'explications et de justifications. Outre les qualités attendues dans la rédaction qui sont absentes chez de nombreux candidats, on peut signaler des soucis majeurs de lecture d'énoncé.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Passons maintenant au détail des questions pour lesquelles les erreurs rencontrées nous ont paru le plus significatives.

Q4. Les études de variations sont souvent absentes, les candidats se contentent de calculer la dérivée, sans conclure, et comptent sur leur calculatrice pour tracer le graphe (ils sont en général trahis par les dérivées en t_1). Peu de candidats semblent savoir ce qu'est une dérivée à gauche ou à droite ; même de bons candidats calculent la dérivée sur les intervalles $[0, t_1]$ et $[t_1, +\infty]$, sans donner les dérivées à droite et à gauche en t_1, même quand leurs graphiques prouvent qu'ils ont compris la situation.

Q5. et **Q19.** Les graphiques sont bâclés et souvent illisibles (particulièrement en question 19), c'est dommage. Quasiment aucun candidat, en question 19, ne s'est donné la peine de choisir une échelle permettant d'y voir quelque chose. Les graphiques sont tracés sans la donnée de valeurs images (surtout en question 5).

Q6. et **Q7.** Bien traitées dans l'ensemble mais un certain nombre de candidats ne reconnaissent pas en uu' la demi-dérivée de u^2 ; certains pensent à intégrer par parties, se retrouvent avec une expression de la forme $\int uu' = u^2 - \int u'u$ et ne pensent pas à passer le $\int u'u$ de l'autre côté du signe $=$.

Q11. et suivantes. Les développements limités sont faits de manière peu rigoureuse en particulier sur les petits o.

Q13. et **Q38.** Confusion assez fréquente entre suite et série, d'où utilisation du critère (ou « théorème ») de d'Alembert, ou parfois de Riemann.

Q17. À la question consistant à déterminer l'« équation de la droite D_n », la réponse est souvent « $D_n =$ (expression sans les variables t et y) ». La notion d'équation de droite ne serait-elle plus enseignée ?

Q27. L'étude des suites arithmético-géométriques n'est pas acquise pour la plupart des candidats, on a vu souvent affirmer que le terme général d'une suite vérifiant $u_{n+1} = au_n + b$ est $a^n u_0 + nb$, ou quelque chose d'analogue.

Q33. Symétrique **réelle** : combien de fois faut-il le répéter ? La cause du problème serait-elle la raréfaction des nombres complexes en cours de mathématiques ?

Q34. et suivantes. Les notions de matrices semblables et de diagonalisation sont mal connues. À la question 37 beaucoup de candidats montrent, ou utilisent dans la suite, semble-t-il de bonne foi, l'égalité

$$B_h^n = \begin{pmatrix} (1+h)^{-n} & 0 \\ 0 & (1+2h)^{-2} \end{pmatrix}$$

Q34. et suivantes. Beaucoup de confusion entre symétrie, diagonalisabilité et inversibilité : « diagonale donc inversible », « symétrique donc inversible ».

Q36. Des erreurs de calcul pour un déterminant 2×2, peut-être dues à une mauvaise lecture : $h(I_2 - A)$ au lieu de $I_2 - hA$.

Q37. et suivantes. Les calculs matriciels sont souvent réalisés dans le mauvais sens (colonne fois matrice carrée).

Q43. Beaucoup de « une somme de matrices inversibles est inversible ». Pour affirmer sans sourciller une chose pareille, il faut déjà croire qu'elle est valable sur les nombres réels ; il y a là des lacunes qui remontent au lycée, voire au collège.

Conclusion

La relative facilité du sujet a permis à (presque) tous les candidats de s'exprimer. Comme chaque année, il convient cependant de rappeler que la maitrise et l'expression correcte du français sont des éléments fondamentaux dans le bagage d'un ingénieur. De ce point de vue, le problème posé a mis en évidence toutes les lacunes des candidats. On ne pourra donc jamais trop conseiller, d'une part, de lire très attentivement les questions posées (car la compréhension claire du problème fait partie intégrante de sa résolution), d'autre part de prendre conscience qu'on écrit avant tout pour être lu et compris !