



1. On considère l'équation différentielle

$$x^2 y'' + 6xy' + 4y = \frac{1}{1+2x} \quad (E)$$

a. Résoudre l'équation homogène associée sur $]0, +\infty[$ ou $]-\infty, 0[$ en cherchant d'abord des solutions de la forme $x \mapsto x^\alpha$ où α est un réel quelconque.

b. La fonction $x \mapsto \frac{1}{1+2x}$ est-elle développable en série entière ?

Résoudre l'équation différentielle en cherchant une solution particulière développable en série entière.

c. L'équation (E) admet-elle des solutions $]-1/2, 1/2[$ autres que la solution développable en série entière ?

2. Soit $D = \{(x, y) \in (\mathbb{R}^+)^2, 1 - x - y \geq 0\}$ et $f : (x, y) \in D \mapsto xy(1 - x - y)$.

Représenter D . Montrer que f admet un maximum sur D que l'on déterminera.